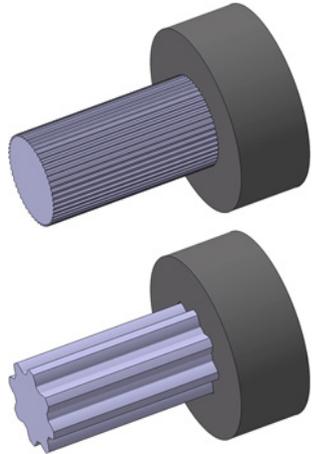


Formzahlbasierte Einflussbestimmung des Moduls auf die Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen

Lohrengel, A.; Schäfer, G.; Wild, J.

Die DIN 5480 /1/ bietet dem Anwender für unterschiedliche Bezugsdurchmesser d_B jeweils eine Auswahl von Moduln m . Bereits bekannt ist, dass sich je Bezugsdurchmesser d_B ein Tragfähigkeitsoptimum bei einem Modul m_{opt} , gekennzeichnet durch ein lokales Spannungsminimum im Zahnfußbereich an der Nabenkante, ergibt. Die Verwendung des Ersatzdurchmessers d_{h1} nach dem Stand der Technik mit dem Ziel der lastunabhängigen Betrachtung verfälscht diese Aussage jedoch und kann damit zu falschen wissenschaftlichen Schlussfolgerungen führen. Die Ursache dieses Problems wird im Rahmen dieser Veröffentlichung ausführlich diskutiert. Schlussendlich wird ein Lösungsvorschlag gemacht.



The DIN 5480 offers diverse modules m for the different datum diameters d_B for usage. It is already aware that there is an optimal module m_{opt} for each diameter in case of the load carrying capacity, which is characterised by a local stress minimum. The use of the diameter d_{h1} under the objective of load independent comparisons sophisticates this statement and potentially results in wrong scientific conclusions. The cause of this problem is discussed and an approach is given.

1 Einleitung

Zur Übertragung hoher, stoßartig auftretender Torsionsmomente werden in der Praxis häufig Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 eingesetzt. Es ist allerdings zu beobachten, dass kerbwirkungsbedingt immer häufiger die Tragfähigkeitsgrenzen erreicht werden. Die Geometrieoptimierung durch Variation des Fußrundungsradius ρ_F sowie durch günstige Wahl des Moduls m entschärft dieses Problem nennenswert, vgl. diesbezüglich u.a. die Forschungsvorhaben FVA 591 I und FVA 742 I (AiF 18406 BG) sowie /6/.

Zur Charakterisierung der Kerbschärfe empfiehlt sich die Verwendung von Formzahlen α . Ziel hierbei ist es, direkte lastunabhängige Vergleiche innerhalb sowie, unter Berücksichtigung der geometrischen Ähnlichkeit (gleiche Zähnezahlen), über mehrere Bezugsdurchmesser d_B durchführen zu können.

Die allgemeine Formzahl α ist als Verhältnis aus Spannungsspitze und Nennspannung definiert. Zuerst benannte Größe ergibt sich häufig aus numerischen Analysen. Die Nennspannung wird berechnet. Hier geht für den Lastfall der Torsion neben dem Torsionsmoment das polare Widerstandsmoment W_t ein, in welches wiederum der Nenndurchmesser d_{Nenn} einfließt. Den genauen formalen Ablauf zur Bestimmung von (Torsions-)Formzahlen α_t für Zahnwellenverbindungen zeigt Abbildung 1.

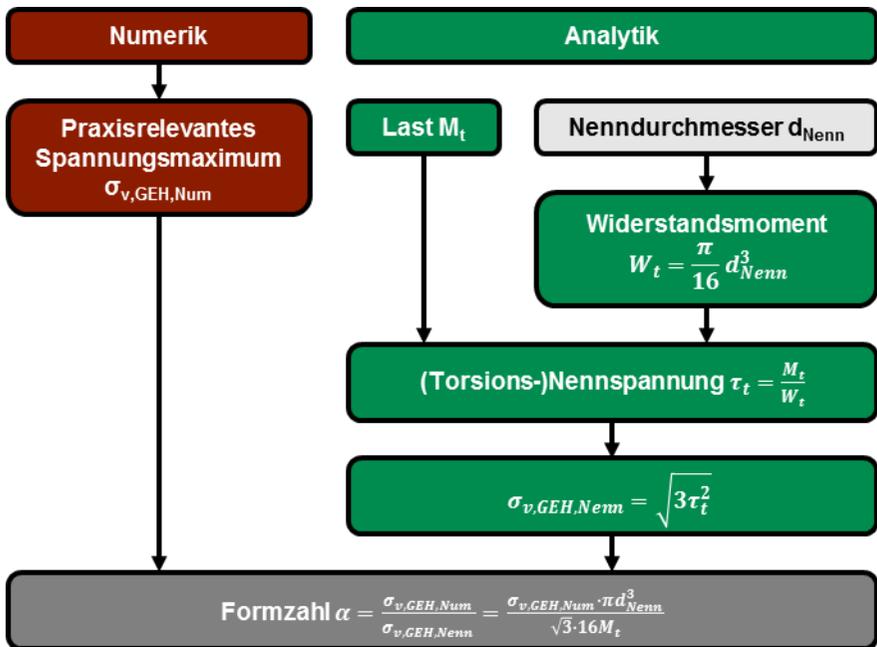


Abbildung 1: Bestimmung von (Torsions-) Formzahlen α_t für Zahnwellenverbindungen DIN 5480 unter Verwendung der FEM

Für den Nenndurchmesser d_{Nenn} wird nach dem Stand der Technik der Ersatzdurchmesser d_{h1} nach Nakazawa eingesetzt. Es handelt sich hierbei um den Durchmesser einer glatten Welle, die das gleiche polare Widerstandsmoment W_t wie die verzahnte Welle besitzt, vgl. diesbezüglich Kapitel 2. Dieses Vorgehen ist jenseits des Nabenkontakts plausibel. Für den Kontakt als praxisrelevanter Bereich ergibt sich jedoch eine gänzlich andere Lastsituation. Hier setzt sich das über den Flankenkontakt in die Nabe eingeleitete Torsionsmoment (vice versa) in Flankenormalkräfte um. Durch deren Zerlegung in ihre Radial- und Tangentialkomponente wird ersichtlich, dass abhängig vom Auswerteort Zug/Druck, Biegung, Querkraft und Torsion als Lastkomponenten vorherrschen. Die in Abbildung 1 dargelegte Vorgehensweise zur Berechnung der Formzahl α berücksichtigt diesen Sachverhalt nicht und führt folglich zu einer reinen „Kunstgröße“.

Dieser Sachverhalt ändert sich natürlich nicht bei der Wahl eines anderen Nenndurchmessers d_{Nenn} . Allerdings ist der Bezugsdurchmesser d_B als eine mögliche Alternative im Vergleich zum Ersatzdurchmesser d_{h1} aufgrund seiner Konstanz deutlich leichter zu fassen. Zudem bietet er den Vorteil, dass die wissenschaftliche Aussagekraft der numerisch bestimmten Spannungsspitzen in der Formzahldarstellung erhalten bleibt. Auf diesen Sachverhalt wird nach der Definition des Ersatzdurchmessers d_{h1} , vgl. Kapitel 2, in Kapitel 3 eingegangen.

2 Der Ersatzdurchmesser d_{h1}

2.1 Definition

Idee des Ersatzdurchmessers d_{h1} nach Nakazawa [2] ist, dass nicht nur der Fußkreisdurchmesser d_{f1} der Zahnwelle einen Tragbeitrag leistet, sondern auch die Zähne. Als Folge ist der Durchmesser einer glatten Welle gesucht, die das gleiche polare Widerstandsmoment W_t wie die verzahnte Welle hat, vgl. Abbildung 2.

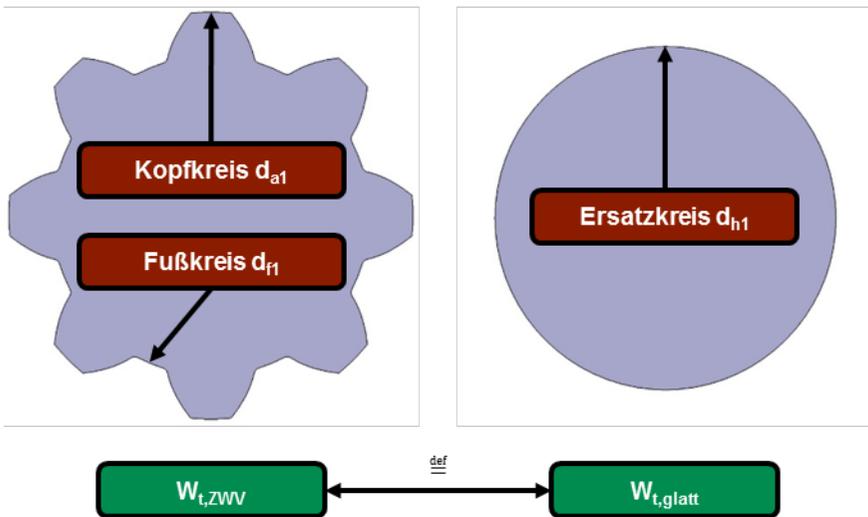


Abbildung 2: Definition des Ersatzdurchmessers d_{h1} am Beispiel einer Zahnwellenverbindung nach DIN 5480 – 25x2,5x8 (vergrößert, gleicher Maßstab)

Der Ersatzdurchmesser d_{h1} berechnet sich nach Gleichung 1.

$$d_{h1} = d_{f1} + c_{h1} \cdot \frac{d_{f1}}{d_{a1}} \cdot (d_{a1} - d_{f1}) \quad 1$$

Aus Gründen der Vollständigkeit ist nachfolgend die Gleichung zur Berechnung des Geometriefaktors c_{h1} angegeben.

$$c_{h1} = 1,3 \cdot z^{-1,2} + 0,06 \cdot \frac{\rho_{f1}}{m} + 0,23 \quad 2$$

Als Resultat der Definition des Ersatzdurchmessers d_{h1} wird plausibel, vgl. ebenfalls Gleichung 1, dass dieser Durchmesser immer einen Wert zwischen Kopf- und Fußkreis annimmt, vgl. Abbildung 3.

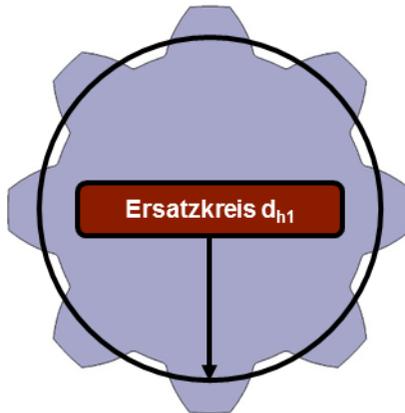


Abbildung 3: Größe des Ersatzdurchmessers d_{h1} in Relation zur verzahnten Welle (Zahnwellenverbindung nach DIN 5480 – 25x2,5x8)

2.2 Geometrieabhängigkeit

Der Modul m charakterisiert bekanntlich die Größe der Zähne. Eine Variation bei gegebenem Bezugsdurchmesser d_b führt zu einer Veränderung von Kopf- und Fußkreisdurchmesser. Mit steigendem Modul m verringern sich beide Größen. Während sich der Kopfkreisdurchmesser d_{a1} allerdings nur geringfügig verändert, reduziert sich der Fußkreisdurchmesser d_{f1} signifikant. Grund hierfür ist, dass die Zähne in die Welle „hineinwachsen“. Diesen Sachverhalt verdeutlicht Abbildung 4 (Verringerung des Kopfkreisdurchmessers d_{a1} hier nicht zu erkennen). Als Resultat sinkt der Ersatzdurchmesser d_{h1} mit steigendem Modul m und damit das polare Widerstandsmoment W_t ebenfalls deutlich. Dies resultiert in höheren Nennspannungen. In letzter Instanz nimmt dies Einfluss auf die berechnete Formzahl α_{t_r} , vgl. Abbildung 1.

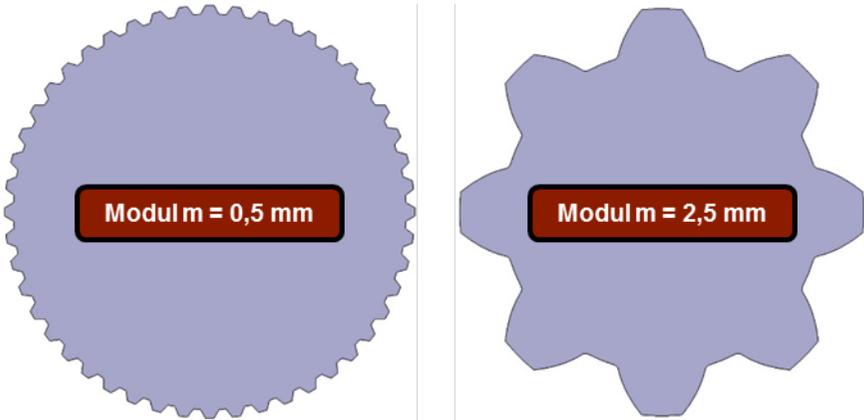


Abbildung 4: Veränderung des Fußkreisdurchmessers d_{f1} bei Variation des Moduls m (gleicher Maßstab)

3 Einfluss des Nenndurchmessers auf formzahlbasiert abgeleitete wissenschaftliche Aussagen

Im Rahmen des Forschungsvorhabens FVA 742 I (AiF 18406 BG) wurde für den Bezugsdurchmesser d_B von 25 mm die Geometrie mit der optimalen Tragfähigkeit gesucht. Hierzu wurden eine Vielzahl numerischer Untersuchungen bei Variation des Fußrundungsradius ρ_F , in guter Näherung dem Fußrundungsradius des Bezugsprofils gleichgesetzt wurde ρ_{FF} , und des Moduls m bzw. der Zähnezahl z durchgeführt. Die Auswertung erfolgte hierbei am praxisrelevanten Versagensort, vgl. Abbildung 5.

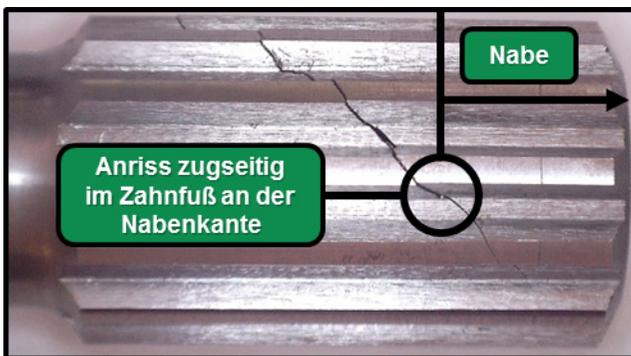


Abbildung 5: Definition des praxisrelevanten Auswertortes numerischer Analysen /3/

Exemplarisch werden in Abbildung 6 die bei einem Torsionsmoment von 200 Nm ermittelten Spannungsspitzen für die Zahnfußrundung $\rho_{FP} = 0,4 \cdot m$ angegeben.

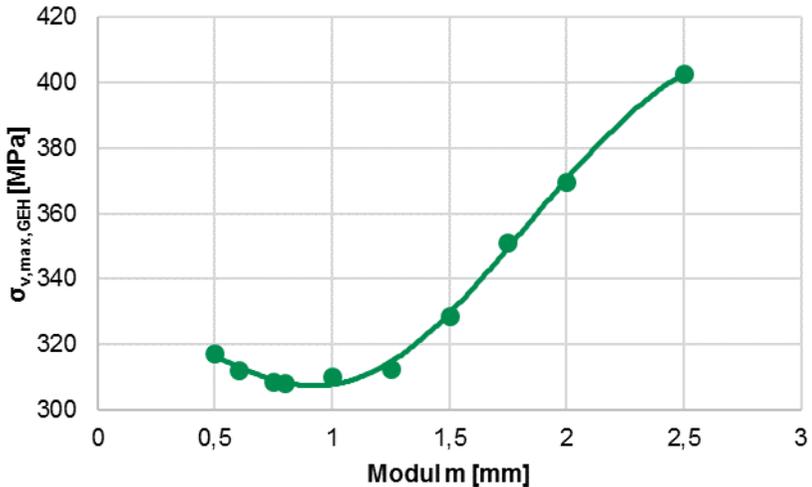


Abbildung 6: Vergleichsspannung nach v. Mises am praxisrelevanten Versagensort von Zahnwellenverbindungen nach DIN 5480 des Bezugsdurchmessers $d_B = 25$ mm bei einer Torsionslast von 200 Nm als Funktion des Moduls m (mit Änderungen entnommen aus /5/)

Es wird ersichtlich, dass ein Tragfähigkeitsoptimum bei einem Modul m_{Opt} von ca. 1 mm existiert. Die lastabhängige Ergebnisangabe ist jedoch häufig unerwünscht und erschwert Kerbschärfevergleiche, unter Berücksichtigung der geometrischen Ähnlichkeit, zwischen unterschiedlichen Bezugsdurchmessern d_B (vgl. Größeneinfluss). So werden im Nachfolgenden die, unter Verwendung des Ersatzdurchmessers d_{h1} berechneten, (Torsions-)Formzahlen α_t als Funktion des Moduls m angegeben.

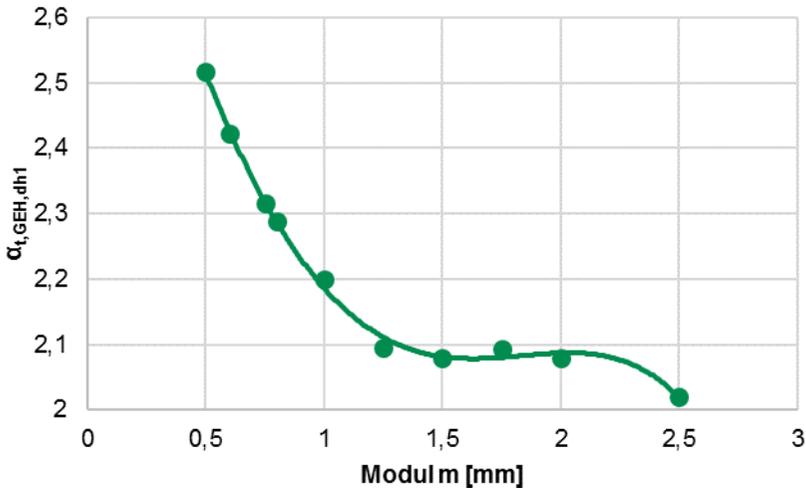


Abbildung 7: Auf Basis numerisch bestimmter Vergleichsspannungen nach v. Mises sowie des Ersatzdurchmessers d_{h1} als Nenndurchmesser d_{Nenn} bestimmte Torsionsformzahl $\alpha_{t, GEH, dh1}$ als Funktion des Moduls m (mit Änderungen entnommen aus /5/)

Aus Abbildung 7 könnte die wissenschaftliche Aussage abgeleitet werden, dass je größer der Modul m ist, desto geringer die Formzahl α_t und damit desto größer die Tragfähigkeit der Zahnwellenverbindung ist. Dies steht im Widerspruch zum realen Auslastungsgrad der Verbindungen und natürlich ebenfalls zur basierend auf Abbildung 6 getroffenen wissenschaftlichen und einzig richtigen Aussage, dass ein optimaler Modul m_{Opt} für jeden Fußrundungsradius ρ_{FF} (hier exemplarisch $\rho_{FF} = 0,4 \cdot m$ gewählt) existiert. Es kann also festgehalten werden, dass die Verwendung des Ersatzdurchmessers d_{h1} zur Formzahlberechnung zu einem Informationsverlust führt. Zurückführen lässt sich dieser Effekt darauf, dass sich bei zunehmendem Modul m nicht nur die lokal vorherrschende Spannungsspitze ändert, sondern sich ebenfalls der Nenndurchmesser d_{Nenn} verringert, vgl. diesbezüglich Kapitel 2. Als Resultat reduziert sich das polare Widerstandsmoment W_t und die Nennspannung $\sigma_{v, GEH, Nenn}$ steigt tendenziell. Abhilfe bezüglich dieses Effekts kann die Substitution des gegenwärtig als Nenndurchmesser d_{Nenn} definierten Ersatzdurchmessers d_{h1} durch einen nicht vom Modul m abhängigen Durchmesser, wie beispielsweise den Bezugsdurchmesser d_b , leisten. Die entsprechend berechneten (Torsions-)Formzahlen α_t als Funktion des Moduls m zeigt Abbildung 8.

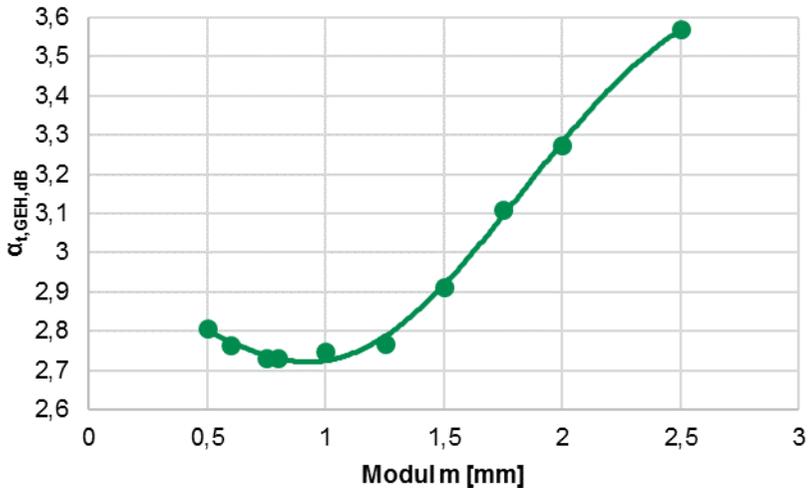


Abbildung 8: Auf Basis numerisch bestimmter Vergleichsspannungen nach v. Mises sowie des Bezugsdurchmessers d_B als Nenndurchmesser d_{Nenn} bestimmte (Torsions-)Formzahl $\alpha_{t,GEH,dh1}$ als Funktion des Moduls m (mit Änderungen entnommen aus /5/)

Bei einem Quervergleich von Abbildung 7 und Abbildung 8 wird ersichtlich, dass der Bezugsdurchmesser d_B im Gegensatz zum Ersatzdurchmesser d_{h1} als Nenndurchmesser d_{Nenn} erwartungsgemäß zu höheren (Torsions-)Formzahlen α_t führt. Grund hierfür ist, dass der Bezugsdurchmesser d_B per Definition zumindest bei flankenzentrierten Zahnwellenverbindungen immer leicht größer als der Kopfkreisdurchmesser d_{a1} ist und folglich zu einem nennenswert größeren polaren Widerstandsmoment W_t führt als der Ersatzdurchmesser d_{h1} . Eine Gegenüberstellung von Abbildung 6 und Abbildung 8 belegt weiter, dass die wissenschaftliche Aussage eines Tragfähigkeitsoptimums bei einem Modul m_{Opt} erhalten bleibt.

Abschließend sei an dieser Stelle angemerkt, dass das angeführte Beispiel zwar zu einem sehr guten Tragverhalten für den Bezugsdurchmesser d_B von 25 mm führt, allerdings nicht das Optimum darstellt. Das verbleibende Potential zur Tragfähigkeitsoptimierung ist allerdings nur noch von wissenschaftlichem nicht aber mehr von praktischem Interesse.

4 Zusammenfassung

Basis zur Eingangs dieser Veröffentlichung dargelegten Methode der Formzahlbestimmung an Zahnwellenverbindungen ist nach dem Stand der Technik der Ersatzdurchmesser d_{h1} als Nenndurchmesser. Dieser Durchmesser ist in seinem Betrag jedoch vom Modul m der Verzahnung abhängig. So verringert sich der Ersatzdurchmesser d_{h1} mit größer werdenden Zähnen. Dies resultiert in einer tendenziell steigenden Nennspannung. Als Folge können trotz steigendem lokalem Auslastungsgrad geringere Formzahlen α_t berechnet werden. Auf diesen die Kerbwirkung charakterisierenden Größen begründete wissenschaftliche Aussagen zu Tragfähigkeitsoptima sind damit potentiell falsch. Bezüglich dieser Problematik wurde im Rahmen dieser Veröffentlichung eine Möglichkeit zur Abhilfe definiert, nämlich die Verwendung eines Durchmessers, der nicht modulabhängig ist. Möglich wäre hier der Bezugsdurchmesser d_B . Es wurde gezeigt, dass hierdurch die Tendenzen der Auslastungsgrade am praxisrelevanten Versagensort nicht verfälscht werden. Weiter ist dieser Durchmesser im Vergleich zum Ersatzdurchmesser d_{h1} deutlich einfacher handhabbar.

5 Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) und ihren Mitgliedern für die inhaltliche Betreuung sowie bei der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen „Otto von Guericke“ e.V. (AiF) für die finanzielle Unterstützung bei der Durchführung der Forschungsvorhaben mit den Nummern FVA 467 II (AiF 16661 BG) und FVA 742 I (AiF 18406 BG), auf deren Ergebnisse auszugswise in Kapitel 3 eingegangen wurde.

6 Symbolverzeichnis

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
c	/	Koeffizient
d	mm	Durchmesser, Radius
m	mm	Modul
M	Nm	Moment
W	mm ³	Widerstandsmoment
z	/	Zähnezahl
α	/	Formzahl
ρ	mm	Rundungsradius
σ, τ	MPa	Normal-, Schubspannung

Index	Bedeutung
h	Ersatz-
a	Kopfkreis-
f, F	Fuß-
P	Bezugsprofil
Nenn	Nenn-
t	Torsion-
v	Vergleichs-
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese
Num	Numerisch
glatt	Glatte Welle
ZWV	Zahnwellenverbindung
Opt	Optimum
1	Wellen-

7 Literatur

- /1/ Norm DIN 5480, 2006-03-00. Passverzahnungen mit Evolventenflanken und Bezugsdurchmesser
- /2/ Nakazawa, H.: On the Torsion of Splined Shafts. Tokyo, Tokyo Torizo Univers., 1951
- /3/ Lohrengel, A.; Wild, J.; Schlecht, B.; Wendler, J.: Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen: Tragfähigkeit von Profilwellen (Zahnwellenverbindungen) unter typischen Einsatzbedingungen. FVA-Forschungsvorhaben Nr. 467 II. erscheint demnächst
- /4/ Biansompa, E.; Schäfer, G.: Zahnwellenberechnung: FVA-Berechnungsrichtlinie für Zahnwellen-Verbindungen. Forschungsvorhaben Nr. 591 I der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Frankfurt/Main, 2015 (FVA-Heft 1139)
- /5/ Selzer, M.; Wild, J.: FVA 742 I, Optimierung des Zahnwellenprofils primär zur Drehmomentübertragung unter Berücksichtigung wirtschaftlicher Fertigungsmöglichkeiten, Zwischenbericht, Forschungsreport 2016, CD-ROM; Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., (AiF 18406 BG), 29./30.11.2016
- /6/ Wild, J.: Optimierung der Tragfähigkeit von Zahnwellenverbindungen. Noch nicht veröffentlichte Dissertation.