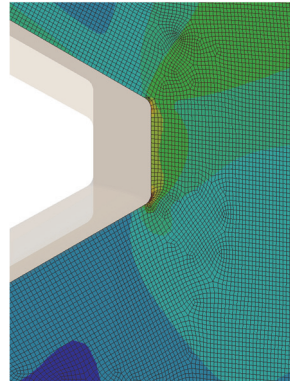


## Gewinde unter Querzug

Stromberg, H.; Klügel, N.; Lohrengel, A.

*Für Zug-Belastungen quer zu einem Innengewinde kann die Vorspannung der Schraube eine bisher nicht beschriebene schädliche Wirkung haben, die an einem Beispiel untersucht wird.*

*For tension loads perpendicular to an internal thread, preloading of the bolt can have a harmful effect, which has not been described yet. This effect is examined with an example.*



## Auslegung von Schraubenverbindungen unter Querzug

Für die Auslegung von Schraubenverbindungen stehen mit der VDI 2230 /1/, /4/ und der DIN EN 1993-1 (Eurocode 3) /2/, /3/ zwei wesentliche Regelwerke zur Verfügung. Die VDI 2230 dient zur Berechnung von Schrauben im Maschinenbau. Daher ist die Richtlinie auf die Berechnung hoch vorgespannter Schrauben beschränkt.

Sie erlaubt die systematische Berechnung von Einschrauben- und Mehrschraubenverbindungen /1/, /4/. Der Eurocode 3 hat seinen Ursprung im Stahlbau. Daher ist die Anwendung auf Schrauben ab der Größe M12 beschränkt /5/, erlaubt aber im Gegensatz zu der VDI 2230 die Berechnung nicht vorgespannter Schraubenverbindungen.

Scherbeanspruchungen werden in beiden Richtlinien unterschiedlich berücksichtigt. Die VDI 2230 /1/ setzt voraus, dass die Klemmkraft zwischen den verspannten Bauteilen groß genug ist, um eine reibschlüssige Übertragung der Kräfte zu gewährleisten. Kann die Anforderung nicht erfüllt werden, weil etwa ein selbsttätiges Lösen der Schraubenverbindung nicht ausgeschlossen werden kann, ist ein Nachweis der Sicherheit gegen Abscheren zu führen. Sofern die Mindestabstände zum Rand und zwischen den Schrauben eingehalten sind, ist die Schraube das kritische Element der Verbindung. Die zulässige Scherkraft bei gegebener Sicherheit  $S_A$  errechnet sich mit dem Scherquerschnitt in der Trennfuge  $A_\tau$  und der Scherfestigkeit der Schraube  $\tau_B$  nach Gleichung 1.

$$F_{Qzuls} = \frac{A_\tau \cdot \tau_B}{S_A} \quad 1$$

Befindet sich das Gewinde in der Scherfuge, entspricht der Scherquerschnitt dem Spannungsquerschnitt  $A_S$ . Befindet sich der Schraubenschaft in der Scherfuge, ist der Schaftdurchmesser einzusetzen.

Neben dem Abscheren der Schraube, besteht die Möglichkeit des Versagens der verspannten Teile durch den Lochleibungsdruck. Um eine plastische Verformung zu verhindern, kann mit der Dehngrenze der Platten  $R_{P0,2P}$ , sofern diese geringer als die der Schrauben ist, die zulässige Querkraft bei der Sicherheit  $S_L$  bestimmt werden.

$$F_{QzulL} = \frac{h \cdot d_\tau \cdot R_{P0,2P}}{S_L} \quad 2$$

Sofern es sich um eine hochvorgespannte Verbindung handelt, kann die zulässige Scherkraft unter Bezug auf /2/ um den Faktor 2,5 erhöht werden. Der Durchmesser  $d_\tau$  bezeichnet den zum Scherquerschnitt gehörigen Durchmesser. Wenn eine einschneittige Verbindung mit nur einer Schraube ausgeführt oder der erforderliche Abstand zum Ende der Verbindung nicht eingehalten ist, wird die zulässige Querkraft halbiert.

Der Eurocode 3 /2/ teilt scherbelaastete Schraubenverbindungen in drei Kategorien ein. Kategorie A umfasst nicht vorgespannte Scher-/Lochleibungsverbindungen. Sie werden lediglich gegen Abscheren der Schrauben und Lochleibung ausgelegt. In Kategorie B werden gleitfeste Verbindungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit einsortiert. Sie entsprechen den hochvorgespannten Schrauben der VDI 2230 /1/. Die Schraubenverbindungen der Kategorie B werden ebenfalls gegen ein Gleiten der verspannten Bauteile ausgelegt. Die Bemessungswerte der Schertragfähigkeit und des Lochleibungswiderstands aus Kategorie A sind ebenfalls einzuhalten. Gleitfeste Verbindungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden in Kategorie C eingeteilt. Im Unterschied zu Kategorie B erfolgt kein Nachweis gegen ein Abscheren der Schrauben. Stattdessen erfolgt ein Nachweis gegen eine plastische Verformung der verspannten Teile mithilfe des Nettoquerschnitts im kritischen Schnitt durch die Schraubenlöcher.

Der Nachweis gegen ein Abscheren der Schrauben erfolgt ähnlich der VDI 2230 /1/. Die zulässige Scherkraft (Bemessungswert) errechnet sich nach Gleichung 3.

$$F_{v,Rd} = \frac{A \cdot \tau_B}{\gamma_{M2}} \quad 3$$

Die Wahl der Querschnittsfläche wird vom Querschnitt in der Scherfuge bestimmt. Für den Sicherheitsfaktor  $\gamma_{M2}$  empfiehlt der nationale Anhang /2/ den Wert 1,25. Auch der Nachweis gegen Lochleibung ist mit der VDI 2230 /1/ vergleichbar.

$$F_{b,Rd} = \frac{k_1 \cdot \alpha_b \cdot R_m \cdot d \cdot t}{\gamma_{M2}} \quad 4$$

Der Abminderungsfaktor  $\alpha_b$  wird durch die Abstände der Schrauben untereinander und zum Rand in Krafrichtung bestimmt. Der Faktor  $k_1$  beträgt maximal 2,5. Eine Abminderung erfolgt bei geringen Abständen quer zur Krafrichtung. Sind die Abstände der Schrauben groß genug, unterscheidet sich die Berechnung zur VDI 2230 lediglich in dem Sicherheitsfaktor und darin, dass gegen die Zugfestigkeit  $R_m$  statt der Dehngrenze  $R_{P0,2}$  ausgelegt wird. Für einen detaillierten Vergleich der beiden

Richtlinien bei der Berechnung querbeanspruchter Schraubenverbindungen wird auf /6/ verwiesen.

## Bestimmung der Scherfestigkeit von Schrauben

Die Gefahr der Lochleibung sinkt mit der Stärke der verspannten Bauteile. Daher wird nach VDI 2230 /1/ unter der Bedingung gleicher Sicherheitsfaktoren gegen beide Versagensarten die Scherfestigkeit der Verbindung durch die Schraube begrenzt, wenn für die Dehngrenze des schwächsten verspannten Materials gilt.

$$R_{p0,2P} > \frac{d_\tau \cdot \pi}{10 \cdot h} \cdot \tau_B \quad 5$$

Die nach /2/ empfohlene Erhöhung des zulässigen Lochleibungsdruckes wurde hierbei berücksichtigt. Damit ist nach VDI 2230 /1/ bei einem Verhältnis  $d_\tau/h = 1$  das Abscheren der Schraube der Festigkeitsklasse 12.9 kritisch, wenn die verspannten Bauteile eine Dehngrenze von mindestens 226 MPa aufweisen. Daher ist für viele scherbelaastete Schraubenverbindungen im allgemeinen Maschinenbau die Scherfestigkeit der Schrauben das bestimmende Auslegungskriterium.

Sowohl im Eurocode 3 /2/, als auch in der VDI 2230 /3/ wird die Scherfestigkeit mithilfe des Scherfestigkeitsverhältnis  $\tau_B/R_m$  aus der Zugfestigkeit der Schrauben bestimmt. Die verwendeten Verhältnisse der VDI 2230 entstammen u. a. den Untersuchungen von Thomala /7/. Die Verhältnisse wurden durch Zugversuche, sowie zweischnittige Scherversuche an ungekerbten Probestählen ermittelt. Es wurde eine Abnahme des Scherfestigkeitsverhältnisses mit steigender Zugfestigkeit im Bereich von 800 MPa bis 1400 MPa ermittelt.

$$\frac{\tau_B}{R_m} = 0,792 - 1,4 \cdot 10^{-4} R_m \quad 6$$

Eine Überprüfung des Einflusses des Gewindes auf die Scherfestigkeit erfolgt nicht. Im Eurocode 3 /2/ wird dagegen zwischen dem Gewinde oder dem Schaft in der Scherfuge unterschieden. Für den ungekerbten Schaft wird für Schrauben der Festigkeitsklasse 10.9 ein höheres Scherfestigkeitsverhältnis angegeben. Die genutzten Scherfestigkeitsverhältnisse sind durchgängig geringer als nach VDI 2230 /1/.

Statistisch abgesicherte Untersuchungen zum Scherfestigkeitsverhältnis wurden von Dörre u. a. durchgeführt /8/. Die Scherfestigkeitsverhältnisse wurden aus Zug- und Scherversuchen an Schrauben der Größe M8 bis M20 der Festigkeitsklassen 4.6 bis 10.9 ermittelt. Eine statistische Auswertung der 5%-Quantile ergibt für viele der untersuchten Kombinationen niedrigere Scherfestigkeitsverhältnisse als von der VDI 2230 empfohlen /8/. Zudem ist ein Einfluss der Verbindungsgestaltung erkennbar. Befindet sich das Gewinde in der Scherfuge führt dies bei hochfesten Schrauben ebenfalls zu einer Abnahme der Scherfestigkeit.

In Tabelle 1 werden die in /8/ empfohlenen Scherfestigkeitsverhältnisse mit den Angaben der VDI 2230 /1/ und des Eurocodes 3 /2/ verglichen. Die Angaben des

Eurocodes 3 nutzen die Festigkeitsreserven von Schrauben niedriger Festigkeit nicht aus, während die Scherfestigkeitsverhältnisse hochfester Schrauben nach der VDI 2230 überschätzt werden. Da die Zugfestigkeitswerte der Festigkeitsklassen teilweise deutlich überschritten werden, liegen die berechneten Scherfestigkeiten nach VDI 2230 in vielen Fällen trotz überschätzten Scherfestigkeitsverhältnisses auf der sicheren Seite /8/.

**Tabelle 1:** Scherfestigkeitsverhältnisse  $\tau_B/R_m$  gängiger Schraubenklassen in der Literatur

<b>Festigkeitsklasse</b>		<b>4.6</b>	<b>5.6</b>	<b>8.8</b>	<b>10.9</b>	<b>12.9</b>
VDI-2230-1 /1/		0,70	0,70	0,65	0,62	0,60
Eurocode 3 /2/	Gewinde	0,60	0,60	0,60	0,50	-
	Schaft	0,60	0,60	0,60	0,60	-
Dörre mehrschnittig /8/	Gewinde	-	0,70	0,55	0,55	-
	Schaft	0,70	0,65	0,65	0,60	-
Dörre einschnittig /8/	Gewinde	-	0,65	0,50	0,50	-
	Schaft	0,65	0,60	0,60	0,55	-

### **Einfluss der Vorspannkraft**

Ist die Vorspannkraft der Verbindung zu gering, treten bei wechselnder Querbelastung Verschiebungen auf, die zum selbsttätigen Lösen der Schraubenverbindung führen. Damit verbunden ist der Verlust der Vorspannung und eine erhöhte Dauerbruchgefahr /9/. Um dies zu verhindern ist eine ausreichend hohe Vorspannung der Schraubenverbindung erforderlich.

Um die größtmögliche Vorspannkraft zu erzielen, ist das Anziehen der Schrauben über die Streckgrenze hinaus möglich. Die Berechnung überelastisch angezogener Schrauben wurde in der letzten Ausgabe der VDI 2230 /1/ mit aufgenommen. Die drehwinkel- und streckgrenzengesteuerte Verfahren dienen zum Anziehen der Schrauben in diesem Bereich. Vorteil dieser Verfahren ist neben der hohen Vorspannkraft eine geringe Streuung der Montagevorspannkraft, da sich das Überschreiten der Streckgrenze gut detektieren lässt, bzw. der Einfluss einer Drehwinkeländerung auf die Vorspannkraft im plastischen Bereich gering ist.

Untersuchungen zum Einfluss einer überelastischen Schraubenvorspannung auf die Dauerfestigkeit wurden von Thomala durchgeführt /10/. Es wurde die Dauerfestigkeit von M10 Schrauben der Festigkeitsklasse 10.9 unter verschiedenen Vorspannungszuständen verglichen. Bei überelastisch vorgespannten Schrauben wurde bei schlussgewalzten Schrauben eine Abnahme der Dauerfestigkeit um 40% gegenüber einer im elastischen Bereich vorgespannten Schraube (70%  $R_{p0,2}$ )

festgestellt. Auffällig ist eine geringere Abnahme der Dauerfestigkeit bei schlussvergüteten Schrauben sowie eine Steigerung bei einer anschließenden Entlastung auf ein geringeres Vorspannniveau. Die festgestellte Steigerung der Dauerfestigkeit wird lastinduzierten Druckeigenstressungen zugeschrieben, die sich den fertigungsinduzierten Eigenstressungen überlagern. Begründet wird dies durch den Vergleich schlussgerollter und schlussvergüteter Schrauben, die nach einem überelastischen Anziehen ähnliche Dauerfestigkeitswerte erreichen /10/.

Ungeklärt ist, welchen Einfluss die Schraubenvorspannkraft und ein Anziehen im überelastischen Bereich auf die Scherfestigkeit von Gewinden hat. Sowohl die Untersuchungen von Dörre /8/, als auch die in die VDI 2230 aufgenommenen Untersuchungen von Thomala /7/ beinhalten lediglich reine Zug- und Scherversuche zur Ermittlung des Scherfestigkeitsverhältnisses für den Nachweis der Scherfestigkeit der Schrauben. Die VDI 2230 /1/ verweist darauf, dass die Vorspannkraft während des Abscherens der Schrauben abgebaut wird, weshalb diese beim Nachweis der Sicherheit gegen Abscheren unberücksichtigt bleibt. Der Eurocode 3 /2/ berücksichtigt ebenfalls keine Schraubenvorspannung beim Nachweis gegen Abscheren der Schrauben. Einzeluntersuchungen an nicht metrischen Schrauben für den Flugzeugbau zeigen, dass die Vorspannkraft keinen Einfluss auf die Scherfestigkeit von Schraubenverbindungen hat /11/, was für die Annahmen in der VDI 2230 und dem Eurocode 3 spricht.

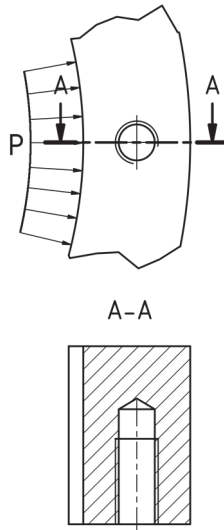
## Dynamische Scherbeanspruchung

Die Bemessung dynamisch beanspruchter Schraubenverbindungen in der VDI 2230 /1/ und dem Eurocode 3 /3/ erfolgt nach dem Nennspannungskonzept, die zugrundeliegende Wöhlerlinie entstammt in beiden Fällen dem Eurocode 3. Die dauerhaft ertragbare Amplitude der Schubspannung  $\tau_D$  beträgt in beiden Fällen 23 MPa, wobei zu beachten ist, dass die Auslegung lediglich für Passschrauben oder Schaftschrauben mit dem Schaft im Bereich der beanspruchten Trennfuge gilt /1/, /3/. Befindet sich das Schraubengewinde in der Scherfuge, lässt sich nach beiden Regelwerken kein Nachweis der Ermüdungsfestigkeit führen.

Im Gegensatz zu einer axialen Beanspruchung wurden zu querbelasteten Schraubenverbindungen nur wenige Untersuchungen der Ermüdungsfestigkeit durchgeführt. Ein wesentlicher Unterschied zu axial beanspruchten Schrauben ist die Lage des höchstbeanspruchten Bereichs der Schraube. Für axial beanspruchte Schraubenverbindungen ist dies aufgrund der hohen Kerbwirkung der erste tragende Gewindegang /9/. Dagegen bewirkt die Querverschiebung der Schraube bei Querkraft ein überlagertes Biegemoment. Dieses ist am Schraubenkopf am größten. Durch die Überlagerung der Biegespannung und der Kerbwirkung variiert der Ort des Anrisses mit der Lasthöhe. Dieses nichtlineare Verhalten stellt ein besonderes Problem bei der Auswertung querbelasteter Schwingversuche dar /12/.

## Versagen des Innengewindes unter Querzug

Es sind Schadensfälle aus der industriellen Anwendung bekannt, in denen korrekt dimensionierte Schraubenverbindungen aus dem Innengewinde heraus gerissen sind. Die beschriebenen Schadensfälle haben gemeinsam, dass das Innengewinde in Querrichtung zugbelastet wird. Dieser Spannungszustand tritt z.B. an Deckeln von Druckbehältern auf. Hier wirkt die Tangentialspannung des Behälters quer im Innengewinde (vgl. Abb. 1).



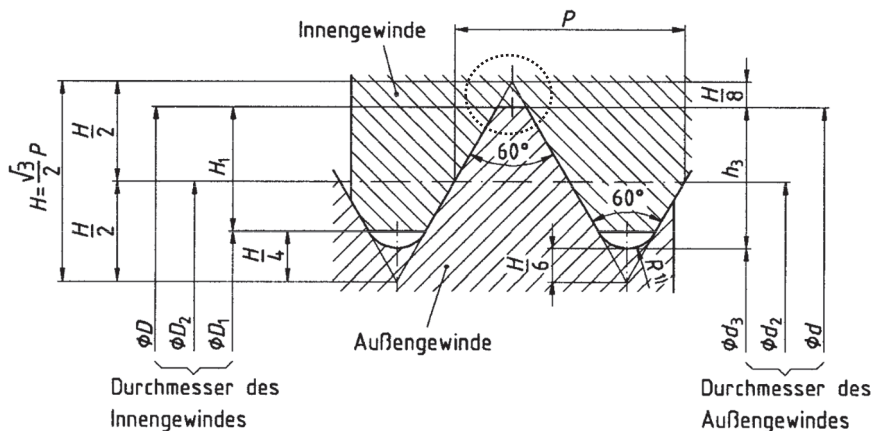
**Abbildung 1:** Beispiel für Innengewinde unter Querzug

Versagensfälle wie diese können also mit den bisher dargestellten Auslegungskriterien nicht erfasst werden. Im Folgenden wird ein simulativer Ansatz zur Bewertung der Gefährdung einer Verbindung dargestellt. Die bisher getätigten Untersuchungen dienen primär der Schadensanalyse und haben daher nicht den Anspruch einer Auslegungsrichtlinie, sie weisen aber auf mögliche Lücken in den bestehenden Regelwerken hin, da die genannte Problematik dort nicht diskutiert wird.

Als Rissausgangsort kommen die Kerbe im Grund des Innengewindes sowie die Spitze des Sackloches in Frage. Beide Kerben haben keine genormten Radien und können daher beliebig scharf ausgeführt sein. Daher muss bei jeder Betrachtung der Fragestellung die beim angewandten Fertigungsverfahren entstehende Geometrie untersucht werden. In üblichen Fertigungsverfahren entsteht ein um Größenordnungen größerer Radius in der Spitze des Sackloches, weshalb im Folgenden diese Kerbe vernachlässigt wird. Beim Übertragen der Vorgehensweise auf andere Geometrien muss die Kerbe an der Bohrungsspitze aber ggf. auch betrachtet werden.

## Ermittlung der Kerbgeometrie

Die Geometrie von metrischen Innengewinden wird von DIN 13-1 /13/ festgelegt. Der kritische Bereich des Innengewindes ist in Abb. 2 durch einen gepunkteten Kreis markiert. Aus der Abbildung, die der Norm entnommen wurde ist ersichtlich, dass die kritische Kerbe gemäß der Norm ein scharfer Innenwinkel ist. Daher muss die real vorliegende Geometrie anhand von Fertigungsproben untersucht werden.

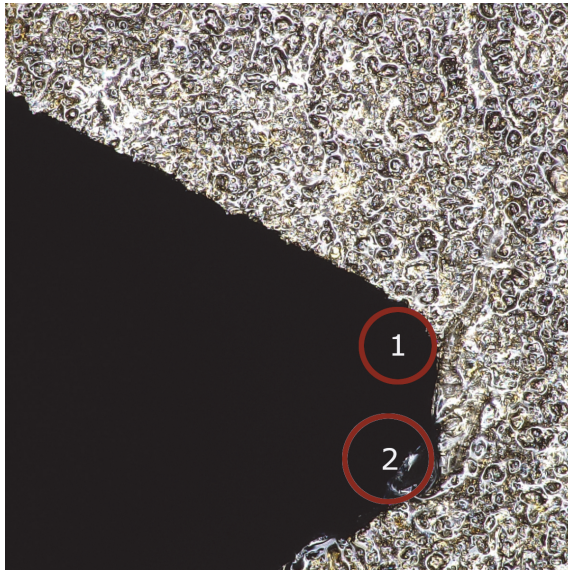


**Abbildung 2:** Bemaßung von Gewinden nach DIN 13-1 /13/

Zu diesem Zweck werden Proben gefertigter Innengewinde in der Lage von Schnitt A in Abb. 1 aufgetrennt, sodass die Schnittfläche des Innengewindes betrachtet werden kann. Die Proben wurden mit einer Drahterodiermaschine geöffnet, um Kaltverformung der Gewindegeometrie beim Schneiden zu vermeiden.

Durch die Vermessung der geöffneten Probe mit einem Messmikroskop kann die reale Kerbgeometrie bestimmt werden. Von der beschriebenen Probe wurden Messungen an 16 Radien des Innengewindes durchgeführt. Hierbei wurde ein Mittelwert von  $27 \mu\text{m}$  für den Kerbradius ermittelt. Auf der Schnittfläche sind Flüssigkeitsrückstände aus dem Trennprozess zu erkennen.

Es ist zu beachten, dass dieser Wert für die Gewindegröße keine Allgemeingültigkeit besitzt, da alle betrachteten Gewindegänge mit demselben Werkzeug in einem Verschleißzustand gefertigt wurden. Bis eine breiter angelegte Untersuchung der Radien vorliegt, muss für jeden zu untersuchenden Fall das Gewinde vermessen werden. Eine groß angelegte Untersuchung anderer Gewindegrößen sollte in diesem Zuge ebenfalls durchgeführt werden.



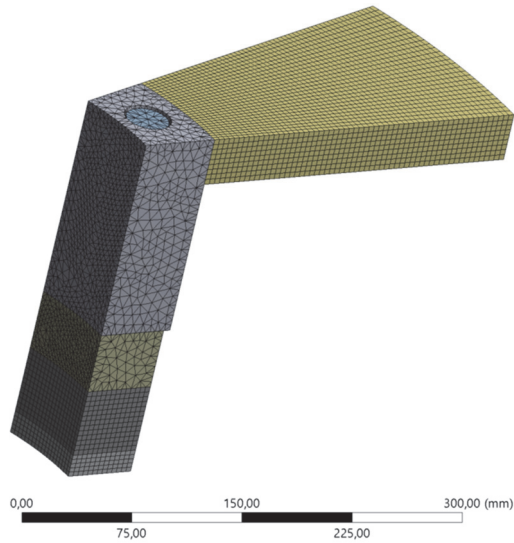
**Abbildung 3:** Geöffnetes M20 Innengewinde

### Simulationsaufbau

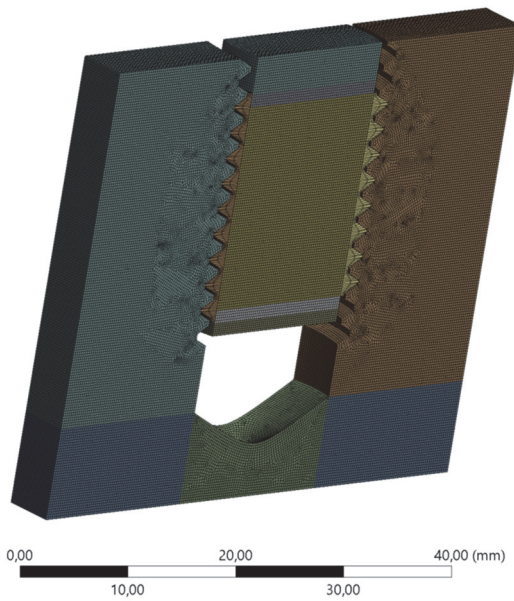
Um den Spannungszustand im Innengewinde zu untersuchen wird eine Finite-Elemente-Simulation des Bauteils durchgeführt. Die vermessenen Gewinde sind in einen Ring mit 510 mm Außendurchmesser geschnitten. Damit ist die zu untersuchende Kerbe 5 Größenordnungen kleiner als die Packmaße des Bauteils. Um die Kerbe hinreichend fein zu vernetzen werden schätzungsweise 10 Elemente auf der Kante des Radius benötigt. Auch wenn das Netz hier lokal verfeinert wird, führt dies für ein Modell mit den genannten Gesamtabmaßen zu einer nicht mehr praktisch lösbaren Anzahl von Elementen. Daher wird ein Submodellierung Ansatz gewählt. Hierbei wird zunächst das Gesamtmodell mit einem verhältnismäßig groben Netz gelöst, dann die Kerbe freigeschnitten und feiner vernetzt. An den Modellgrenzen dieses feinerer vernetzten Modells werden dann die im Hauptmodell berechneten Verschiebungen als Randbedingungen angetragen. So kann eine hinreichende Feinheit des Netzes in der untersuchten Kerbe bei einer gleichzeitig behershbaren numerischen Problemgröße gewährleistet werden. Zudem können die Submodellstufen einfacher strukturiert vernetzt werden und liefern so exaktere Lösungen.

Im vorliegenden Fall werden drei Modellierungsstufen genutzt. Zunächst wird ein Sektormodell des betrachteten Ringes grob vernetzt (vgl. Abb. 4). Nachgelagert wird dann ein Modell eines Querschnittes durch das Gewinde untersucht (vgl. Abb. 5). Dann wird in der dritten Stufe der kritische Gewindegang untersucht (vgl. Abb. 6). Dies ist der letzte Gewindegang des Innengewindes.

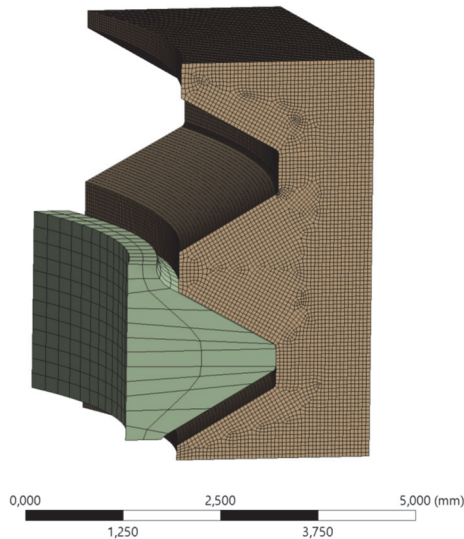




**Abbildung 4:** Hauptmodell mit 156.000 Knoten



**Abbildung 5:** 1. Submodellstufe mit 156.000 Knoten



**Abbildung 6:** 2. Submodellstufe mit 1.720.000 Knoten

Das Außengewinde der Schraube wurde in der Simulation im letzten Gewindegang des Innengewindes abgebrochen, damit der erste tragende Gewindegang des Innengewindes vollständig innerhalb der Bohrung liegt. Wenn diese Vereinfachung nicht getroffen wird, kommt es am Auslauf des Innengewindes zu einer schlecht vernetzbaren Geometrie durch den spitz zulaufenden Keil des Innengewindes. Hier käme es zu einer nicht auswertbaren Singularität am Spannungsmaximum.

Der am 2. Submodell beteiligte Gewindegang des Außengewindes wird nur grob vernetzt, da er lediglich der Lasteinleitung dient. Diese Lasteinleitung wird gewählt, da die genutzte FEM Software Ansys Workbench 2019 R3 eine Submodellgrenze in einem Kontakt nicht zulässt.

In allen Modellen wurde der Ring mit Innengewinden mit einem plastischen Materialmodell realisiert. Die Streckgrenze liegt bei 1963 MPa. Die Steigung der plastischen Tangente wird aus Zugfestigkeit, Brucheinschnürung und Bruchdehnung bestimmt, indem zunächst die wahre Zugfestigkeit durch Kompensation der Brucheinschnürung bestimmt wird (Gleichung 7).

$$R_{mw} = \frac{R_m}{1 - Z} \quad 7$$

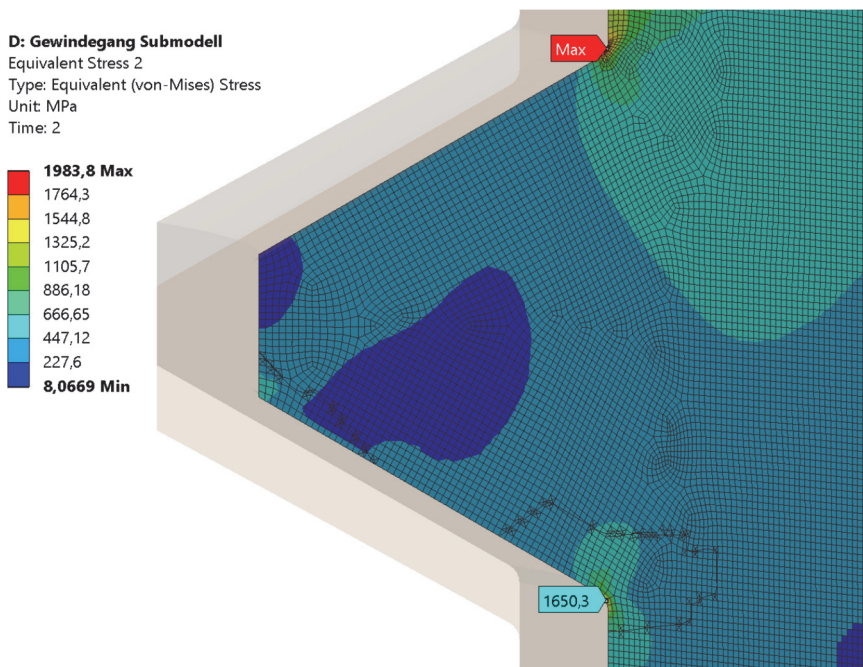
$$R_{mw} = \frac{2393 \text{ MPa}}{1 - 0,145} = 2799 \text{ MPa}$$

Die Steigung der plastischen Tangente ergibt sich dann als Differenzenquotient von wahrer Zugfestigkeit, Streckgrenze, Bruchdehnung und Dehnung an der Streckgrenze nach Gleichung 8 zu 12,85 GPa.

$$E_p = \frac{R_{mw} - R_e}{A - \frac{R_e}{E}} \quad 8$$

$$E_p = \frac{2799 \text{ MPa} - 1963 \text{ MPa}}{0,074 - \frac{1963 \text{ MPa}}{220 \text{ GPa}}} = 12,85 \text{ GPa}$$

Die Spannungsauswertung in Abbildung 7 zeigt, dass die oben abgebildete Druckseite der Gewindeflanke plastifiziert, während die Spannung auf der Zugseite elastisch ertragen werden kann.



**Abbildung 7:** Von Mises Vergleichsspannung des 2. Submodells

## Vorgehen zur Fehlerbetrachtung

Zur Beurteilung der Berechnungsgenauigkeit kann bei dem gewählten Submodell Ansatz eine einfache Konvergenzstudie keine nutzbare Aussage liefert, da die Fehler aller 3 Modelle und deren Auswirkungen auf das Endergebnis untersucht werden müssen. Hierbei wird in Anlehnung an die Fehlerfolgerechnung nach Gauß vorgegangen. Hierbei wird jeweils am feinsten Netz die Spannung abgelesen, während die beiden größeren Netze der Fehlerbewertung dienen.

Für alle Modelle sollten drei Netzfeinheiten untersucht werden um die Konvergenzordnung zu bestimmen. Die Knotenzahl  $n$  der Feinheiten sollte zwischen den jeweiligen Stufen ein Verhältnis von 2 haben (vgl. Gleichung 9). Mit den bestimmten Konvergenzordnungen kann dann durch die Richardson-Extrapolation der Fehler der Ausgangsgrößen bestimmt werden. Falls die Konvergenzordnung nicht eindeutig bestimmbar ist, kann eine konservative Abschätzung auf Basis der Konsistenzordnung gewählt werden.

$$r \approx \frac{n_2}{n_1} \approx \frac{n_3}{n_2} \approx 2 \quad 9$$

$$p = \frac{\log \frac{\Phi_2 - \Phi_3}{\Phi_1 - \Phi_2}}{\log r}$$

Die Ausgangsgrößen  $\Phi$  des Hauptmodells und des ersten Submodells sind die Verschiebungen. Die Ausgangsgröße des 2. Submodells ist die Spannung. Neben dem numerischen Approximationsfehler jedes Modells muss zudem die Auswirkung des Fehlers der aus dem vorgelagerten Modell übertragenen Größe auf das Ergebnis des jeweiligen Modells berücksichtigt werden. Zu diesem Zweck wird die Ableitung (a) der Ausgangsgrößen der beiden Submodelle nach ihren Eingangsgrößen berechnet.

Der relative Konvergenzfehler des Hauptmodells ergibt sich damit nach Gleichung 10 und kann mit Gleichung 11 in einen maximalen absoluten Fehler der berechneten Verschiebungen umgerechnet werden. Für die Submodelle wird in den Gleichungen 12 und 13 analog vorgegangen, aber zusätzlich der übertragene Fehler im zweiten Summand berücksichtigt.

$$\epsilon_{I,u} \approx \frac{|u_{I,1} - u_{I,2}|}{u_{I,1}} \quad 10$$

$$u_{I,err} = \epsilon_{I,u} * u_{I,1} \quad 11$$

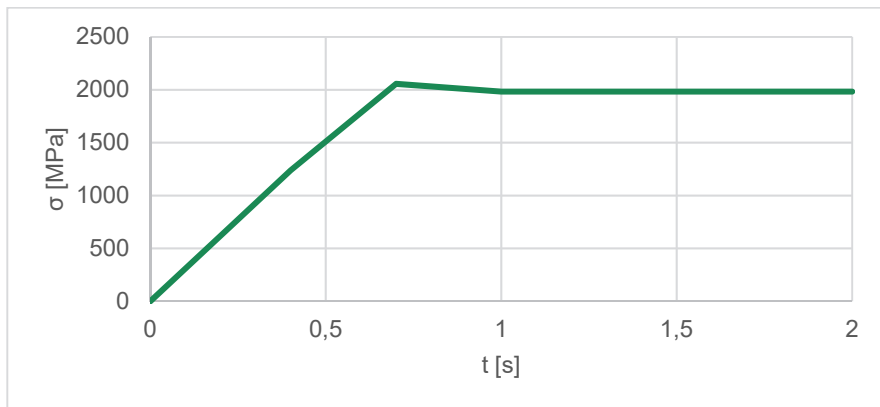
$$u_{II,err} = u_{II,1} * \epsilon_{II,u} + u_{I,err} * a_{II} \quad 12$$

$$\sigma_{III,err} = \sigma_{III,1} * \epsilon_{III\sigma} + u_{II,err} * a_{III}$$

Bei der Durchführung dieses Verfahrens zur Fehlerabschätzung an realen Beispielen wird deutlich, dass die Wahl des Netzes der vorgelagerten Modelle entgegen der unter Berechnungsingenieuren verbreiteten Meinung einen erheblichen Einfluss auf die Genauigkeit der gewonnenen Berechnungsergebnisse hat und daher ebenfalls mit großer Sorgfalt durchgeführt werden sollte. Im vorliegenden Fall wird der Gesamtfehler der maximalen Spannung zu  $\pm 164$  MPa berechnet.

### Bewertung der Berechnungsergebnisse

Die Auswertung der Berechnungsergebnisse zeigt, dass die Von Mises Vergleichsspannung im Gewinde bereits beim Vorspannen der Schrauben in den plastischen Bereich geht und beim Betrieb des Bauteils nicht über diesen Wert hinaus geht (vgl. Abb. 8). Somit stellt sich die Frage des Versagensmechanismus im Bauteil. Hier kommt insbesondere der Effekt der kinematischen Verfestigung in Frage. Dieser beschreibt, dass die plastische Deformation eines Bauteils die Streckgrenze in Richtung der Belastung erhöht, aber in den beiden orthogonalen Richtungen vermindert. Somit kann keine einfache Aussage mehr zur Belastbarkeit des Bauteils quer zur eingebrachten plastischen Deformation getätigt werden.



**Abbildung 8:** Belastungsverlauf über Simulationszeit

Die numerische Untersuchung zeigt in Zusammenhang mit dem Versagen der Bauteile in ihrer Nutzung das ein reales Risiko zur Überschätzung der Festigkeit von verschraubten Bauteilen mit Innengewinden quer zur Belastungsrichtung vorliegt, selbst wenn der Stand der Forschung konsequent angewandt wird. Das in der Literatur empfohlene plastische Vorspannen von Schrauben ist an dieser Stelle möglicherweise schädlich. Da das Rutschen einer Schraubenverbindung sicherer berechnet werden kann als die Folgen plastischen Vorspannens und Querkraft, sollten Vorspannkraft bei entsprechend gefährdeten Bauteilen so gewählt werden,

dass keine plastische Verformung im Innengewinde auftritt. Bestenfalls sollte die Konstruktion so angepasst werden, dass das Innengewinde durch eine Durchgangsbohrung ersetzt wird, deren Verhalten mit dem Stand der Technik sicher berechnet werden kann. Um einen wissenschaftlich fundierten und zuverlässigen Festigkeitsnachweis führen zu können, sollte die reale Geometrie von Innengewinden, sowie deren resultierende Kerbwirkung detaillierter erforscht werden.

## Literatur

- /1/ VDI-Richtlinie: VDI 2230-1: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen – Zylindrische Einschraubenverbindungen. Beuth-Verlag, 11.2015
- /2/ Norm: DIN EN-1993-1-8: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen, Beuth-Verlag, 12.2010
- /3/ Norm: DIN EN-1993-1-9: Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-9: Ermüdung. Beuth-Verlag, 12.2010
- /4/ VDI-Richtlinie: VDI 2230-2: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen – Mehrschraubenverbindungen. Beuth-Verlag, 12.2014
- /5/ Norm: DIN EN 14399-4: Hochfest vorspannbare Garnituren für Schraubverbindungen im Metallbau – Teil 4: System HV – Garnituren aus Sechskantschrauben und -mutter. Beuth-Verlag, 02.2015
- /6/ Hofmann, S.: Berechnung querbelasteter Schraubenverbindungen. Institutsmittellungen Nr. 41, IMW Clausthal, S.5-20, 2016
- /7/ Thomala, W.: Beitrag zur Berechnung der Haltbarkeit von Schraubenköpfen mit Kraft-Innenangriff. VDI-Z 126.9, S.315-321, 1984
- /8/ Dörre et al.: Bewertung des Scherfestigkeitsverhältnisses für Schrauben festgelegter Festigkeitsklassen. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 50.4 S.382-404, 2019
- /9/ Kloos, K.H; Thomala, W.: Schraubenverbindungen – Grundlagen, Berechnung, Eigenschaften, Handhabung. Springer-Verlag, Berlin, 2007
- /10/ Thomala, W.: Hinweise zur Anwendung überelastisch vorgespannter Schraubenverbindungen. VDI-Berichte 478, 1983
- /11/ Steeve, B.E.; Wingate, R.J.: Aerospace Threaded Fastener Strength in Combined Shear and Tension Loading. National Aeronautics and Space Administration (NASA Technical Memorandum, 217454), 2012
- /12/ Klöcker, M. et al: Dynamische Beanspruchbarkeit von querbelasteten Schraubenverbindungen. VDI-Berichte 2336, 2018
- /13/ DIN-Norm: DIN 13-1: Metrisches ISO-Gewinde allgemeiner Anwendung - Teil 1: Nennmaße für Regelgewinde; Gewinde-Nenndurchmesser von 1 mm bis 68 mm. Beuth-Verlag, 11.1999