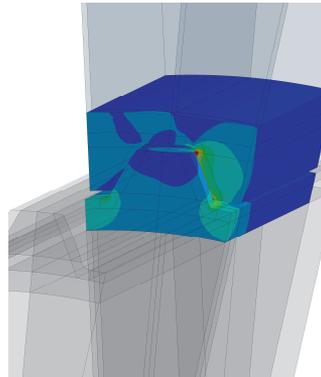


Einfluss von Flankenpassung und Lastverhältnis auf die lokale Beanspruchung von Passverzahnungen

Klügel, N; Schäfer, G.; Lohrengel, A.



Die Festigkeitsbewertung im Zahnfuß von Passverzahnungs-Verbindungen erfolgt meist auf Basis von Finite-Elemente (FE) Berechnungen. Dabei liegt der Fokus üblicherweise auf der Ermittlung der Formzahl von Verbindungen mit Spielsitz bei schwelender Torsionsbelastung. In diesem Artikel werden die lokalen Spannungskomponenten ermittelt, wie sie für eine Festigkeitsbewertung nach dem örtlichen Konzept benötigt werden. Zudem erfolgt eine Erweiterung der Betrachtung auf wechselnde Torsionsbelastungen sowie Verbindungen mit Presssitz auf den Zahnflanken.

The fatigue strength in the tooth root of splined shaft-hub connections is usually determined on the basis of finite element calculations. Most studies are focused on the determination of the stress concentration factor of connections with clearance fit under pulsating torsional load. In this article, the local stress components are determined, which are required for a fatigue life analysis according to the local approach. In addition, the study includes alternating torsional loads and connections with interference fit on the tooth flanks.

Einleitung und Stand der Technik

Passverzahnungen sind als Welle-Nabe-Verbindung in der Antriebstechnik weit verbreitet. Die Gründe hierfür sind ein hohes übertragbares Drehmoment sowie eine einfache Montage. Die Geometrie und das Passungssystem sind zudem genormt, wodurch die Austauschbarkeit der einzelnen Komponenten sichergestellt wird. Zu nennen sind hierbei im deutschsprachigen Raum die DIN 5480 /1/ und die ISO 4156 /2/, sowie die amerikanische ANSI B92.2 M /3/. Allen Verzahnungsnormen gemein ist eine Profildefinition über einen metrischen Modul m^1 .

Ein Ausfall von Passverzahnungen wird meist durch Verschleiß auf den Zahnflanken oder Ermüdung im Zahnfuß verursacht. Verschleiß ist bei Passverzahnungen dominierend, die neben dem Torsionsmoment einer hohen Biegebelastung unterworfen sind. Daraus resultieren hohe Relativbewegungen zwischen den

¹ In Ergänzung hierzu existiert noch die ältere ANSI B92.1 /4/, in welcher die Profilgeometrie über den *diametral pitch* (in inch) definiert ist.

Zahnflanken von Außen- und Innenverzahnung. Dem gegenüber ist bei überwiegend torsionsbeanspruchten Passverzahnungen die Ermüdung im Zahnfuß maßgebend. In diesem Fall kann ein Festigkeitsnachweis nach gängigen Regelwerken wie der DIN 743 /5/ oder der FKM-Richtlinie /6/ geführt werden. Zu unterscheiden ist hierbei zwischen dem Nennspannungskonzept, welches nach beiden Regelwerken möglich ist und dem örtlichen Konzept, welches nach der FKM-Richtlinie möglich ist. Der lokale Spannungszustand geht im örtlichen Konzept direkt in die Berechnung ein und wird meist mithilfe einer FE-Simulation mit linear-elastischem Materialmodell bestimmt. Dagegen benötigt das Nennspannungskonzept die Definition einer Nennspannung und einer Formzahl α , welche die lokale Spannungsüberhöhung gegenüber der Nennspannung erfasst.

Für die Auslegung von Passverzahnungen bietet sich aufgrund der Vielzahl an geometrischen Einflussfaktoren der örtliche Ansatz kombiniert mit einer FE-Simulation an. Alternativ hierzu existiert mit der DIN 5466 /7/ ein analytischer Ansatz auf Basis von Formfaktoren, um die auftretende lokale Beanspruchung zu bestimmen. Die maximale Vergleichsspannung einer torsionsbelasteten Zahnwelle tritt in der Zahnfußverrundung, dem Übergang von der Zahnflanke in den Zahnfuß, auf. Aufgrund der Lastübertragung in Form der Pressung auf den Zahnflanken erfahren die einzelnen Zähne von Welle und Nabe eine Biegebelastung /8/. Hieraus resultiert eine Zugspannungskomponente in der Zahnfußausrundung auf der belasteten Seite des Zahns, weshalb diese Seite als Zugseite bezeichnet wird. Auf der unbelasteten Druckseite führt die Zahnbiegung entsprechend zu einer Druckspannungskomponente. Die auftretenden Torsionsbelastungen im Antriebsstrang sind üblicherweise schwellend, weshalb ein Wechsel von Zug- und Druckseite nur selten vorkommt. Einzelne Wechsellastkomponenten entstehen durch die Umkehr des Leistungsflusses. Ein Beispiel hierfür sind elektrische Fahrzeug-Antriebsstränge, bei denen der häufige Wechsel zwischen Antriebs- und Rekuperationsbetrieb mit einer Umkehrung des Drehmomentenflusses einhergeht.

Eine zusätzliche Beanspruchung kann durch die Flankenpassung der Verzahnung entstehen. Am häufigsten wird eine Spielpassung verwendet, die Wellenzahndicke s ist hierbei kleiner als die Lückenweite e der Nabe. Vorteil der Spielpassung ist eine einfache Montage und die Möglichkeit der Verwendung der Passverzahnung als Längenausgleich. Nachteilig ist die größere Relativbewegung und damit Gefahr von Verschleiß auf den Zahnflanken, z. B. bei wechselndem Torsionsmoment oder bei einer kombinierten Belastung aus Torsionsmoment und Biegemoment. Durch die Verwendung eines Presssitzes kann die Bewegung auf den Zahnflanken minimiert werden. Nachteilig ist, dass der Presssitz eine überlagerte Zugmittelspannung im Zahnfuß bewirkt, die es im Festigkeitsnachweis zusätzlich zu berücksichtigen gilt. Für den analytischen Ansatz der DIN 5466 existiert der Berechnungsvorschlag von Burgtorf /9/. Hiernach werden die lastabhängigen Spannungen für einen Schiebepass nach DIN 5466 mit den aus dem Presssitz resultierenden Spannungen superpositioniert.

Die bisherigen Betrachtungen zielen auf die Ermittlung der maximalen Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH). Unklar ist die

Auswirkungen eines Wechsels von Zug- und Druckflanke auf die einzelnen Komponenten der Spannungsamplitude sowie der Anwendungsfall einer abweichenden Festigkeitshypothese. Hierfür ist eine Bestimmung der einzelnen Spannungskomponenten in Form der Mittelspannung und Amplitude erforderlich, was im Folgenden an einer Beispielgeometrie erfolgen soll.

Modellaufbau und untersuchte Geometrie

Für die Untersuchung wird ein Profil der Geometrie DIN 5480x25x1x24 gewählt. Es handelt sich um eine Verzahnung mit 24 Zähnen, einem Bezugsdurchmesser d_B von 25 mm und einem Modul m von 1 mm. Der Kopfkreisdurchmesser der Welle d_{a1} beträgt 24,8 mm, der der Nabe d_{a2} 23,0 mm. Der Fußrundungsradius wird mit $r_f = 0,16 \cdot m$ entsprechend der veralteten Empfehlung für eine spanende Herstellung nach /1/ gewählt. Die Zahnfußgeometrie wird ausgehend von einer Verbindung mit minimalem Formübermaß c_f von 28 μm konstruiert, sodass sich der Zahnfußkreisdurchmesser in Abhängigkeit des Verrundungsradius r_f ergibt. Für den gewählten Rundungsradius von 0,16 mm ergeben sich Fußkreisdurchmesser von 22,76 mm für die Welle und 25,0 mm für die Nabe. Verwendet wird für die Modellierung und die Durchführung der Simulation die Software Ansys Workbench 2023R2.

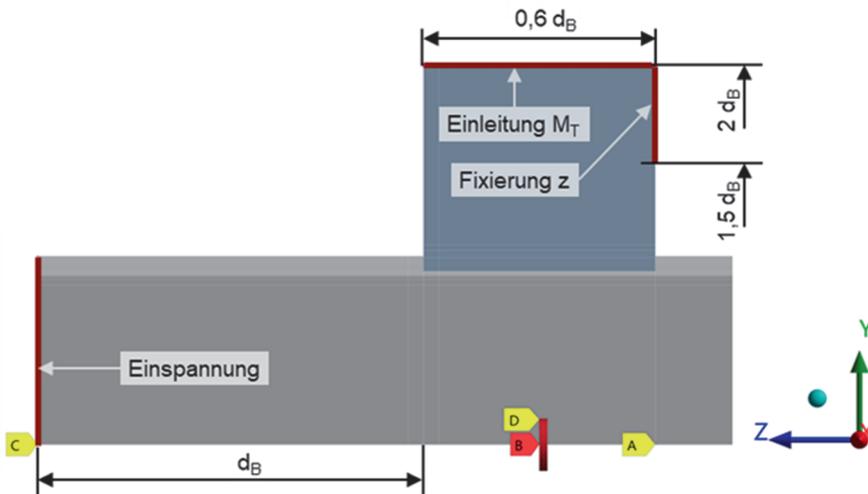


Abbildung 1: Sektormodell mit aufgebrachten Randbedingungen

Die Untersuchung beschränkt sich auf eine Idealverzahnung unter reiner Torsionsbelastung, weshalb zur Reduktion der Rechenzeit ein Sektormodell genutzt wird. Abbildung 1 zeigt das Modell mit den aufgebrachten Randbedingungen. Das Torsionsmoment wird über den Außendurchmesser der Nabe eingeleitet und über die Einspannung an der Stirnseite der Welle ausgeleitet. Da die Nabenbewegung in

axiale Richtung nur über die Kontaktreibung verhindert wird, ist die der Einspannung gegenüberliegende Seite ebenfalls in axiale Richtung gesperrt. Alle Randbedingungen sind über, auf der Rotationsachse liegende, *Remote-Points* aufgebracht. Um einen Einfluss der Nabenwandstärke auf die Spannungen im Zahnfuß der Nabe zu vermeiden, wird eine dickwandige Nabe mit einem Außendurchmesser $d_{e2} = 2 d_B$ genutzt. Das Durchmesserverhältnis ist damit größer als die bestimmten Grenzen von $1,5 d_B / 8 /$ bzw. $1,3 d_B / 10 /$. Die Nabenbreite wird mit $b = 0,6 d_B$ gewählt, da für breitere Naben weitere keine Verringerung der Kerbspannung erwartet wird /8/.

Im Verbindungsbereich wird ein strukturiertes Netz aus Hexaedern mit quadratischer Ansatzfunktion verwendet, welches zu Verbindungsbeginn zusätzlich in axiale Richtung verfeinert wird. Außerhalb des Kontaktbereichs wird eine freie Vernetzung verwendet, sodass sich eine Modellgröße von ca. 1,65 Mio. Knoten ergibt. Der vernetzte Querschnitt in der Verzahnung ist in Abbildung 2 zu sehen.

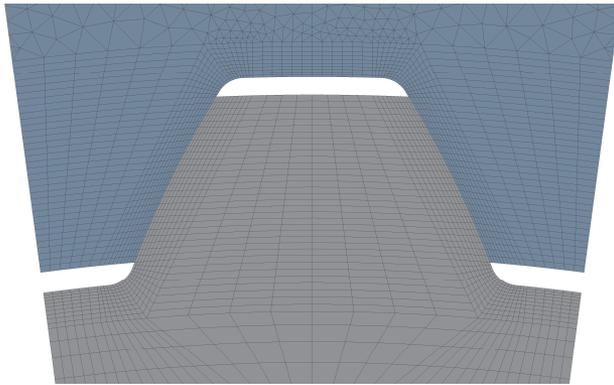


Abbildung 2: Vernetzung im Querschnitt

Der Kontakt auf der Flanke zwischen Welle und Nabe ist reibungsbehaftet mit einem Reibwert $\mu = 0,15$ modelliert. Als Kontaktalgorithmus wird das *Augmented-Lagrange-Verfahren* genutzt, für die Detektionsmethode wird der kombinierte Ansatz aus Detektion an den Gaußpunkten, den Knoten und der Projektionsmethode verwendet /11/. Die geometrische Modellierung des Profils erfolgt mit der Nennzahndicke ohne Betrachtung der Flankenpassung nach DIN 5480. Die Passung auf den Zahnflanken wird über die Kontaktoptionen aufgebracht. Hierbei ist zu beachten, dass das Übermaß u normal auf der Zahnflanke definiert ist und damit nicht den Abmaßdefinition nach /1/ entspricht, welche auf der Differenz aus Zahndicke s und Zahnlückenweite e auf dem Teilkreis basiert. In guter Näherung kann der Zusammenhang entsprechend Formel (1) verwendet werden.

$$s - e = \cos(\alpha) \cdot 2u \quad (1)$$

Um den prinzipiellen Einfluss des Übermaßes bzw. Spiels auf das Übertragungsverhalten der Verbindung zu untersuchen, werden Übermaße u von 10, 5, 0 und - 10 μm untersucht, was bezogen auf die Zahndicken am Teilkreis einer Passung zwischen 17,3 μm Spiel bzw. Übermaß entspricht. Im Vergleich zum Toleranzsystem nach DIN 5480 handelt es sich damit um ein geringes Spiel-, bzw. Übermaß.

Da die Vergleichsspannungen auf Zug- und Druckseite unterschiedlich ausfallen können sind für den Fall der Wechsellast zwei Lastschritte erforderlich, in denen die Extremwerte des Torsionsmoments ($\pm M_T$) aufgebracht werden. Im Falle eines schwellenden Torsionsmoments ohne Wechsel der belasten Flanke ist aufgrund der lastproportionalen Beanspruchung im Zahnfuß ein Lastschritt ausreichend. Die Untersuchung des Einflusses eines Presssitzes auf den Zahnflanken bedingt einen zusätzlichen Lastschritt, in dem das Übermaß auf den Zahnflanken aufgebracht wird.

Ergebnisse

Abbildung 3 zeigt die Verteilung der Vergleichsspannung in der Zahnfußausrundung in der Welle für die deckungsgleiche ($s = e$) Variante. Die beiden oberen Bilder zeigen die gleiche Stelle jeweils bei entgegengesetzter Belastung ($\pm 120 \text{ Nm}$). Im oberen Bild ist die Zugseite abgebildet, bei der die Lastübertragung über die abgebildete Zahnflanke erfolgt. Bei der Spannungserhöhung am Übergang von Flanke zu Fußausrundung handelt es sich um eine Singularität aufgrund des Steifigkeitssprungs durch den beginnenden Kontakt mit der eingezeichneten Nabe. Betrachtet wird daher die Vergleichsspannung in der Fußverrundung. Das mittlere Bild zeigt die Druckseite mit einer Lastübertragung auf der gegenüberliegenden Zahnflanke. Es ist deutlich ein Unterschied sowohl in der Höhe der maximalen Vergleichsspannung als auch im Ort ihres Auftretens zu beobachten. Dieser Unterschied in der Spannungsverteilung erschwert es, den für einen örtlichen Festigkeitsnachweis relevanten Knoten mit der höchsten Auslastung (bzw. der geringsten Lebensdauer) zu finden. Hierfür ist eine Trennung der einzelnen Spannungskomponenten nach Mittelspannung und Spannungsamplitude erforderlich. Dies bedingt eine Betrachtung des gesamten Spannungstensors $\underline{\underline{S}}$ zu den Zeitpunkten der beiden Umkehrpunkte der anliegenden Last (hier $M_T = +M_T$ und $-M_T$). Der Spannungstensor der Amplituden $\underline{\underline{S}}_a$ sowie der Mittelspannungen $\underline{\underline{S}}_m$ kann entsprechend Gleichung (2) und (3) ermittelt werden.

$$\underline{\underline{S}}_a = \frac{\underline{\underline{S}}(+M_t) - \underline{\underline{S}}(-M_t)}{2} \quad (2)$$

$$\underline{\underline{S}}_m = \frac{\underline{\underline{S}}(+M_t) + \underline{\underline{S}}(-M_t)}{2} \quad (3)$$

Mithilfe der gewählten Festigkeitshypothese kann anschließend die Mittelspannung und Amplitude der Vergleichsspannung bestimmt werden. Eine Absolutwertbildung

der einzelnen Spannungskomponenten des Tensors der Amplitude erfolgt in diesem Fall nicht, da die Komponenten mit ihrem Vorzeichen in die verwendete Festigkeitshypothese eingehen. Zur Ermittlung der Komponenten der Mittelspannung und Spannungsamplitude sowie zum Plotten der örtlichen Spannungsverteilungen wird ein Python-Skript zusammen mit der Schnittstelle Ansys Data Processing Framework /12/ verwendet.

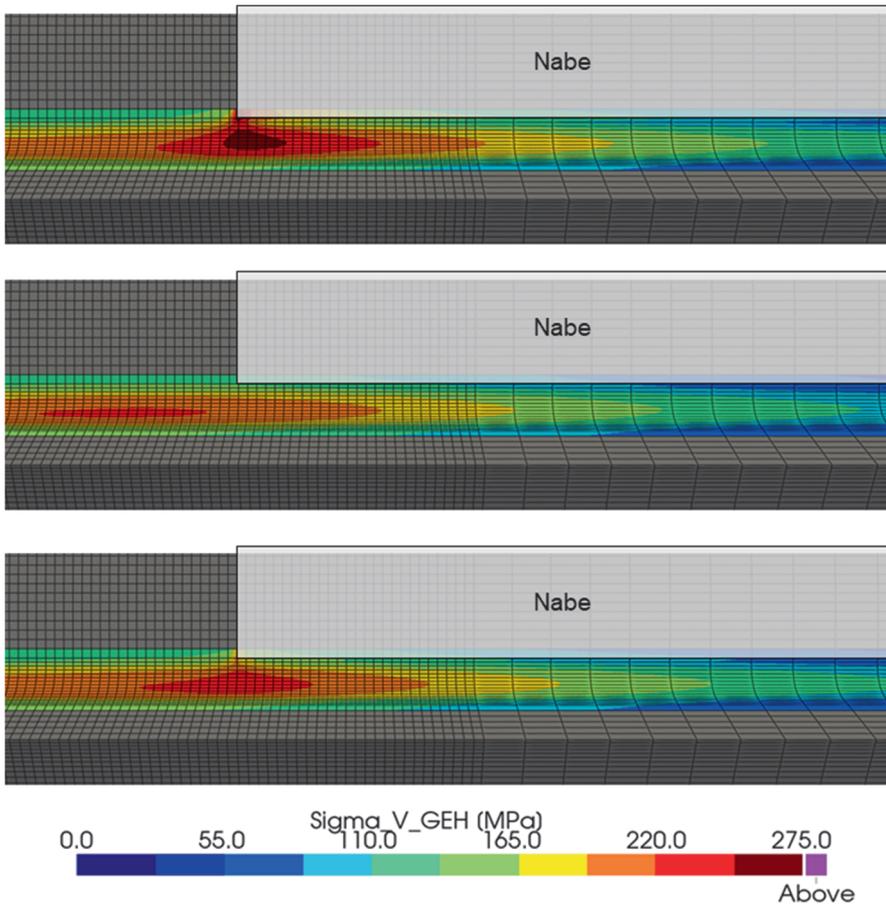


Abbildung 3: Maximale Vergleichsspannung in der Zahnfußverrundung der Welle bei einem Torsionsmoment von 120 Nm (Übermaß 0 μm). Oben: Zugseite; Mitte: Druckseite; Unten: resultierende Amplitude der Vergleichsspannung.

Die nach der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) resultierende Vergleichsspannungsamplitude ist im unteren Bild der Abbildung 3 zu sehen. Es zeigt sich,

dass der Ort der maximalen Vergleichsspannungsamplitude vorwiegend durch die maximale Spannung auf der Zugseite bestimmt wird. Die resultierende Spannungsamplitude ist geringer als bei alleiniger Betrachtung der Zugseite erwartet.

Liegt ein synchroner Spannungszustand vor, etwa aufgrund der überlagerten lastunabhängigen Beanspruchung durch den Presssitz, muss die konstante Mittelspannung von den Spannungsverläufen der einzelnen Komponenten subtrahiert werden /6/. Hierfür wird in einem ersten Lastschritt lediglich das Übermaß aufgegeben und der Spannungstensor $\underline{\underline{S}}(Pressitz)$ in Gleichung (2) und (3) von den Tensoren $\underline{\underline{S}}(+M_T)$ und $\underline{\underline{S}}(-M_T)$ subtrahiert. Auf diese Weise kann das Vorzeichen der einzelnen Komponenten der Spannungsamplitude korrekt ermittelt werden und für den Festigkeitsnachweis eine Trennung zwischen konstanten und lastabhängigen Mittelspannungen erfolgen.

Abbildung 4 zeigt am Ort der maximalen Vergleichsspannungsamplitude die ermittelte Amplitude und Mittelspannung der Vergleichsspannung nach GEH in Abhängigkeit des auf den Zahnflanken aufgebrachten Übermaßes u . Im linken Bild sind die Beanspruchungen im Zahnfuß von Welle und Nabe für eine wechselnde Belastung mit einem Lastverhältnis von $R = -1$, im rechten Bild für eine schwellende Belastung mit einem Lastverhältnis von $R = 0$ dargestellt. Die Amplitude des Torsionsmoments ist mit jeweils 120 Nm konstant gehalten. Bei der dargestellten Mittelspannung handelt es sich um die aus der Belastung und dem Presssitz Resultierenden. Entsprechend zeigt sich für ein Übermaß ($u > 0$) ein starker Anstieg der Mittelspannung.

Es zeigt sich insbesondere an der Nabe bei Wechsellast, der Einfluss des unterschiedlichen Übertragungsverhaltens auf der Zug- und Druckseite. Es resultiert trotz Spielsitz durch die Verschiebung eine Mittelspannung im Zahnfuß. Der Presssitz sorgt für eine Vergleichmäßigung des Übertragungsverhaltens. Die Mittelspannung resultiert bei wechselnder Last fast vollständig aus der lastunabhängigen Beanspruchung des Presssitzes. Zudem zeigt sich durch den Presssitz eine geringfügige Erhöhung der Vergleichsspannungsamplitude bei Wechsellast sowie eine Verringerung bei schwellender Last. Hierbei sei angemerkt, dass bei schwellendem Torsionsmoment lediglich die Zugseite ausgewertet wurde, sich aber auf der Druckseite eine Spannungsamplitude in ähnlicher Höhe ausbildet. In einem Festigkeitsnachweis muss diese Stelle ebenfalls überprüft werden.

Zudem zeigt sich zwischen der spielbehafteten und der spielfreien Variante ein Unterschied in den lokalen Spannungen. Als mögliche Ursache kommt eine andere Pressungsverteilung in der Flanke in Frage. Im Gegensatz zur spielbehafteten Variante löst sich der Kontakt auf der Rückflanke bei der Variante mit Nullspiel nicht vollständig. Generell zeigt sich jedoch das erwartete Verhalten, dass der wesentliche Einfluss des Presssitzes die überlagerte Mittelspannung ist. Diese fällt trotz des geringen Übermaßes insbesondere an der Nabe sehr hoch aus, weshalb im Tragfähigkeitsnachweis eine deutliche Abnahme der Dauerfestigkeit zu erwarten ist.

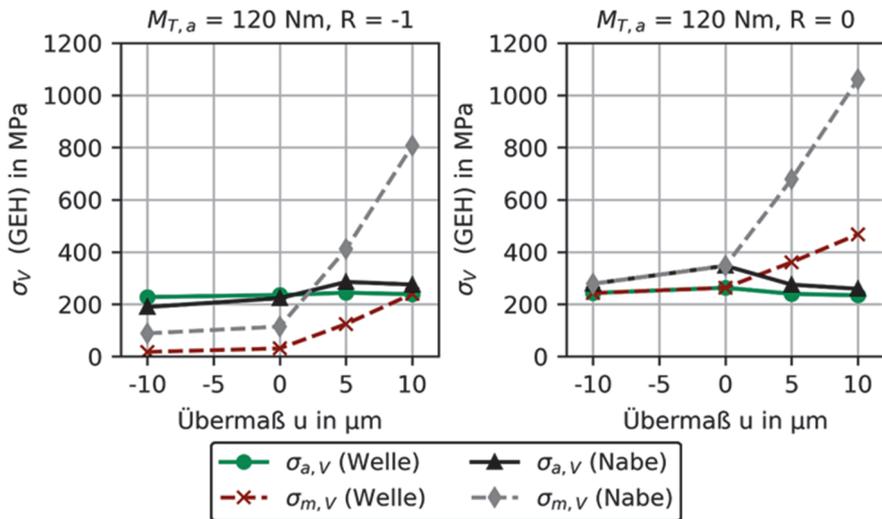


Abbildung 4: Vergleichsspannungsamplitude und Vergleichsmittelspannung im Zahnfuß von Welle und Nabe in Abhängigkeit vom Übermaß

Zusammenfassung und Ausblick

Mithilfe des genutzten FE-Modells sollte der Einfluss von Wechsellasten auf die lokale Beanspruchung im Zahnfuß von Passverzahnungs-Verbindungen untersucht werden. Verglichen wurde an der untersuchten Geometrie DIN 5480x25x1x24 eine schwelende und eine wechselnde Last. Zudem wurde das Übermaß auf den Zahnflanken variiert. Es zeigt sich, dass die maximale Vergleichsspannung auf der Zug- und der Druckseite an unterschiedlichen Orten auftritt, was die lokalen Spannungsamplituden und Mittelspannungen beeinflusst.

Für die Durchführung eines Tragfähigkeitsnachweises nach der FKM-Richtlinie /6/ ist zusätzlich die Berücksichtigung der auftretenden Mittelspannungen erforderlich. Insbesondere die Spannungsverteilung aufgrund eines Presssitzes weicht deutlich von der belastungsabhängigen Beanspruchung ab, vgl. Abbildung 5. Möglich ist eine Umrechnung der ermittelten Amplituden mithilfe der Mittelspannungsempfindlichkeit in eine schädigungsgleiche Wechsellastspannungsamplitude entsprechend des Äquivalentspannungsnachweises nach /6/.

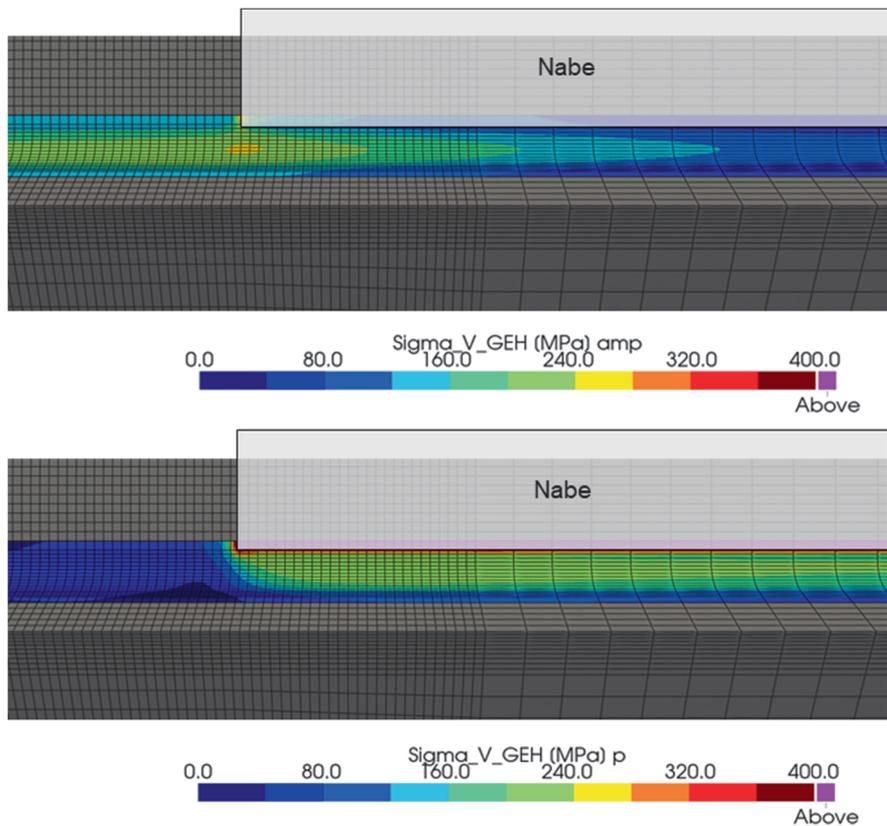


Abbildung 5: Oben: Vergleichsspannungsamplitude der Variante mit einem Übermaß von 5 μm auf den Zahnflanken bei einem wechselnden Torsionsmoment von 120 Nm. Unten: Durch den Presssitz hervorgerufene Mittelspannung

Für eine Verallgemeinerung der Aussagen sind weitere Verzahnungsgeometrien zu untersuchen. Zudem ist zu prüfen, inwiefern ein vergrößerter Fußrundungsradius die Mittelspannungen des Presssitzes verringert. Ebenso ist der Einsatz eines elastisch-plastischen Materialmodells möglich. Der Einsatz von Verbindungen mit Presssitz ist durchaus gebräuchlich. Die Simulationsergebnisse mit elastischem Materialmodell deuten jedoch auf eine deutliche Reduzierung der Dauerfestigkeit hin, weshalb der Abbau der Mittelspannungen aus dem Presssitz durch plastische Verformungen betrachtet werden sollte. So hat ein auf der FKM-Richtlinie basierender und auf gesinterte Werkstoffe angepasster Nachweis die Dauerfestigkeit von Profilnaben mit Presssitz gegenüber den experimentellen Ergebnissen unterschätzt /13/, was die Notwendigkeit einer genaueren Betrachtung des Presssitzes verdeutlicht. Des Weiteren gilt es den Einfluss von kombinierten Lasten

and von Fertigungsabweichungen auf die lokalen Spannungsamplituden und Mittelspannungen zu untersuchen.

Literatur

- /1/ DIN 5480-1:2015-03, Passverzahnungen mit Evolventenflanken und Bezugsdurchmesser – Teil 1: Grundlagen, 2015
- /2/ ISO 4156-1:2021-02, Straight cylindrical involute splines. Metric module, side fit. Generalities, 2021
- /3/ ANSI B92.2M: Metric Module Involute Splines, Society of Automotive Engineers, Inc.; American Society of Mechanical Engineers, Warrendale, 1989
- /4/ ANSI B92.1: Involute Splines and Inspection, Society of Automotive Engineers, Inc.; American Society of Mechanical Engineers, Warrendale, 1970
- /5/ DIN 743-2:2012-12: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen - Teil 1: Grundlagen
- /6/ Rennert, R.; Kullig, E.; Vormwald, M.; Esderts, A.; Luke, M.: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen, VDMA-Verlag, Frankfurt am Main, 7. überarbeitete Auflage, 2020
- /7/ DIN 5466-1:2000-10, Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellenverbindungen – Teil 1: Grundlagen, 2000
- /8/ Wesolowski, K.: Dreidimensionale Beanspruchungszustände und Festigkeitsnachweis drehmomentbelasteter Zahnwellen-Verbindungen unter elastischer und teilplastischer Verformung. Dissertation, TU Clausthal, 1997
- /9/ Burgtorf, U.: Montage und Betriebseigenschaften von Zahnwellen-Verbindungen mit Preßsitz. Dissertation, TU-Clausthal, 1998
- /10/ Biansompa, E.; Schäfer, G.: Zahnwellenberechnung: FVA-Berechnungsrichtlinie für Zahnwellen-Verbindungen. Forschungsvorhaben Nr. 591 I der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V., Frankfurt/Main 2015 (FVA-Heft 1139)
- /11/ ANSYS, Inc.: Mechanical APDL 2023 R2 documentation, 2023
- /12/ ANSYS, Inc: PyDPF-Core documentation 0.13,<https://dpf.docs.pyansys.com/version/stable/> , abgerufen 13.12.2024
- /13/ Masendorf, L.; Klügel, N.: Betriebsfestigkeit von Zahnwellenverbindungen mit gesinterten Naben. Forschungsvorhaben FVA 874 I (IGF Nr. 20321) der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e. V. Frankfurt am Main (erscheint demnächst)